

Návrh PID regulátoru přes Internet: www.PIDlab.com

Čech Martin, Schlegel Miloš

Abstrakt

Cílem tohoto článku je představit jednoduchý a snadno dostupný Internetový nástroj (Java applet) pro návrh PID regulátoru, který využívá novou frekvenční metodu návrhu vhodnou pro uživatele v praxi.

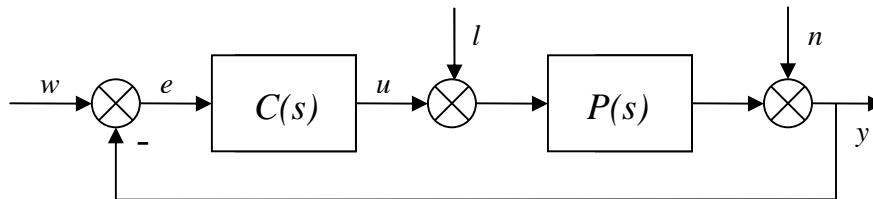
1. Úvod

Již více než 60 let se v průmyslu využívají regulátory typu PID. Od původně pneumatických se přes analogové přešlo na současné číslicové, ale jejich algoritmus řízení (proporcionálně-integračně – derivační) zůstává v podstatě stejný. Regulátor PID dnes představuje standardní a osvědčené řešení pro převážnou většinu průmyslových regulací. Navzdory této skutečnosti nelze říci, že existuje nějaká standardní a všeobecně přijatá metoda pro návrh PID regulátoru na základě známého modelu řízené soustavy.

Za zmíněných šedesát let se nahromadilo velké množství nejrůznějších metod a nové s nezmenšenou intenzitou stále přibývají. Existuje však jen několik málo univerzálních postupů, které lze použít pro soustavy libovolného řádu s iracionálním nebo neminimálně fázovým přenosem. Jedna taková je popsána v [1]. Ideální PID regulátor je zde navrhován na základě zadané bezpečnosti v zesílení a ve fázi užitím klasické techniky D-rozkladu [2]. Pro reálný PID regulátor (s filtrací derivační složky) a pro obecnější návrhové požadavky je však nutné metodu netriviálním způsobem modifikovat tak, jak je naznačeno v oddílu 2 a 3. Vzniklý návrhový algoritmus se zdá být dostatečně univerzální a přitom velmi srozumitelný pro uživatele z praxe. Z tohoto důvodu bylo rozhodnuto vytvořit nástroj (Java applet) pro návrh PID regulátoru volně dostupný přes Internet. Jeho stručný popis je uveden v oddílu 4. V části 5 je uveden ilustrační příklad.

2. Princip návrhové metody

Uvažujme regulační smyčku na obr. 1 s PI(D) regulátorem $C(s)$ a řízenou soustavou se stabilním přenosem $P(s)$.



Obr. 1. Regulační smyčka

Proměnné w , e a y označují po řadě požadovanou hodnotu, regulační odchylku a regulovanou veličinu, zatímco l a n reprezentují poruchy působící na řízenou soustavu.

Z klasické teorie řízení je známo, že požadované vlastnosti uzavřené smyčky (robustnost ve stabilitě, přesnost a kvalitu regulace) lze dosáhnout vhodným tvarováním (kompenzací) Nyquistovy křivky

$$L(j\omega) = C(j\omega)P(j\omega). \quad (1)$$

Například požadavek na minimální bezpečnost v zesílení 2 ($BZ \geq 2$) a minimální bezpečnost ve fázi 60° ($BF \geq 60^\circ$) je ekvivalentní s požadavkem, aby body $X_1 = -1/2$ a $X_2 = -1/2(1 + j\sqrt{3})$ na obr. 2a ležely na levé straně křivky $L(j\omega)$ (jestliže po této křivce probíháme ve směru rostoucí frekvence) a nebo aby ležely přímo na této křivce. Obdobně požadujeme-li navíc $BZ < 3$ a $BF < 90^\circ$, potom body $X_3 = -1/3$ a $X_4 = -j$ musí naopak ležet na pravé straně křivky $L(j\omega)$. Zadané body X_1, X_2, X_3, X_4 tedy vymezují žádaný tvar Nyquistovy křivky a nepřímo přes vztah (1) generují návrhové požadavky na regulátor $C(s)$.

Analogický způsob lze použít i v případě požadavku na omezení citlivostní funkce (přenosu z n na y)

$$S(j\omega) @ \frac{1}{1 + L(j\omega)}$$

ve tvaru

$$\sup_w |S(j\omega)| \leq M_s, \quad (2)$$

nebo na omezení komplementární citlivostní funkce (přenosu z w na y)

$$T(j\omega) @ \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)}$$

ve tvaru

$$\sup_w |T(j\omega)| \leq M_p. \quad (3)$$

Snadno lze totiž ukázat, že podmínka (2) (resp. (3)) je ekvivalentní s požadavkem, aby Nyquistova křivka $L(j\omega)$ neprotínala kruh se středem

$$c = -1 \quad (\text{resp. } c = \frac{M_p^2}{1 - M_p^2}) \quad (4)$$

a poloměrem

$$R = \frac{1}{M_s} \quad (\text{resp. } R = \frac{M_p^2}{|M_p^2 - 1|}). \quad (5)$$

Uvažujme nyní případ, kdy je zadán pouze jediný „tvarující“ bod $X = u + jv$ v rovině Nyquistovy křivky a naším cílem je nalézt všechny možné kombinace parametrů $k > 0$ a $k_i > 0$ PI regulátoru s přenosem

$$C(s) = k + \frac{k_i}{s},$$

kteří zajistí, že bod x leží na levé straně křivky $L(j\omega)$. Za tímto účelem nejprve řešíme rovnici

$$L(j\omega) = (k - j\frac{k_i}{\omega})(a(\omega) + jb(\omega)) = u + jv \quad (6)$$

pro neznámé k a k_i , kde $a(\omega) @ \text{Re}(P(j\omega))$ a $b(\omega) @ \text{Im}(P(j\omega))$.

Obdržené vztahy

$$k = \frac{a(\omega)u + b(\omega)v}{a^2(\omega) + b^2(\omega)} \quad (7)$$

$$k_i = \frac{[a(\omega)v - b(\omega)u]\omega}{a^2(\omega) + b^2(\omega)}$$

definují parametrickou křivku s parametrem ω v rovině (k, k_i) parametrů PI regulátoru, která společně se souřadnicovými osami k a k_i rozděluje parametrickou rovinu na regiony podobně jako na obr. 2b.

Poněvadž připouštíme pouze kladné hodnoty parametrů k a k_i , zajímají nás jen regiony v prvním kvadrantu. Z rovnice (6) plyne, že hranice regionů odpovídají parametrům PI regulátoru, které vedou na Nyquistovy křivky procházející bodem X . Dále lze snadno ověřit, že všechny vnitřní body libovolného regionu vedou na Nyquistovy křivky, které mají bod X na stejné straně (přesněji, které obepínají bod X stejněkrát). Obvykle pouze jeden region obsahuje vhodné parametry, které odpovídají požadované vzájemné poloze křivky (1) a bodu X .

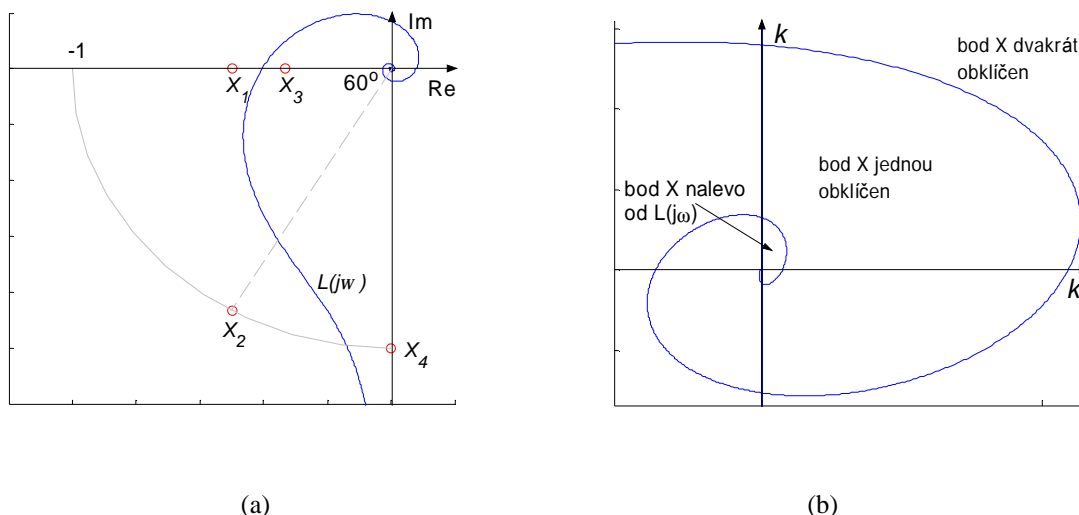
Libovolnou úlohu tvarování Nyquistovy křivky s konečným počtem tvarovacích bodů lze převést na výše popsáný jednobodový případ. Nalezneme-li totiž příslušné regiony R_i pro všechny uvažované body $X_i, i=1,2,\dots,n$, potom jejich průnik

$$R = \prod_{i=1}^n R_i$$

obsahuje všechny body parametrické roviny, které řeší náš tvarovací problém. Ze všech možných řešení (odpovídajících jednotlivým bodům R) je vhodné vybrat ten bod regionu R , který má největší souřadnici k_i , neboť příslušný PI regulátor má největší zesílení na nízkých frekvencích a dosahuje nejmenší hodnoty kritéria

$$IE = \int_0^{+\infty} e(t) dt$$

při skokové poruše na vstupu řízené soustavy.



Obr. 2. (a) Tvarování frekvenční charakteristiky (b) Křivka (7) a příslušné regiony

3. Návrh PID regulátoru

Výše uvedený postup nyní použijeme pro návrh reálného PID regulátoru se dvěma stupni volnosti popsaného (podle ISA normy) vztahem

$$U(s) = k \left\{ bW(s) - Y(s) + \frac{1}{T_i s} [W(s) - Y(s)] + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} [cW(s) - Y(s)] \right\}, \quad (8)$$

kde $Y(s)$, $W(s)$ a $U(s)$ označují po řadě obrazy regulované veličiny, požadované hodnoty a výstupu regulátoru. Dále k je zesílení, T_i a T_d jsou po řadě integrační a derivační časová konstanta, b a c jsou váhové koeficienty požadované hodnoty v proporcionalní a derivační složce a parametr N určuje míru filtrace derivační složky. Ze vztahu (8) vyplývá, že stabilita smyčky a tvar odezvy na poruchy l a n závisí pouze na parametrech k , T_i , T_d a N , zatímco odezvu uzavřené smyčky (přenos w na y) lze nezávisle ovlivňovat parametry b a c . Z tohoto důvodu je vhodné návrh rozdělit do dvou kroků. Nejprve navrhne regulátor s jedním stupněm volnosti (vztah (8) pro $b=c=1$) s přenosem

$$C(s) = k \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right) \quad (9)$$

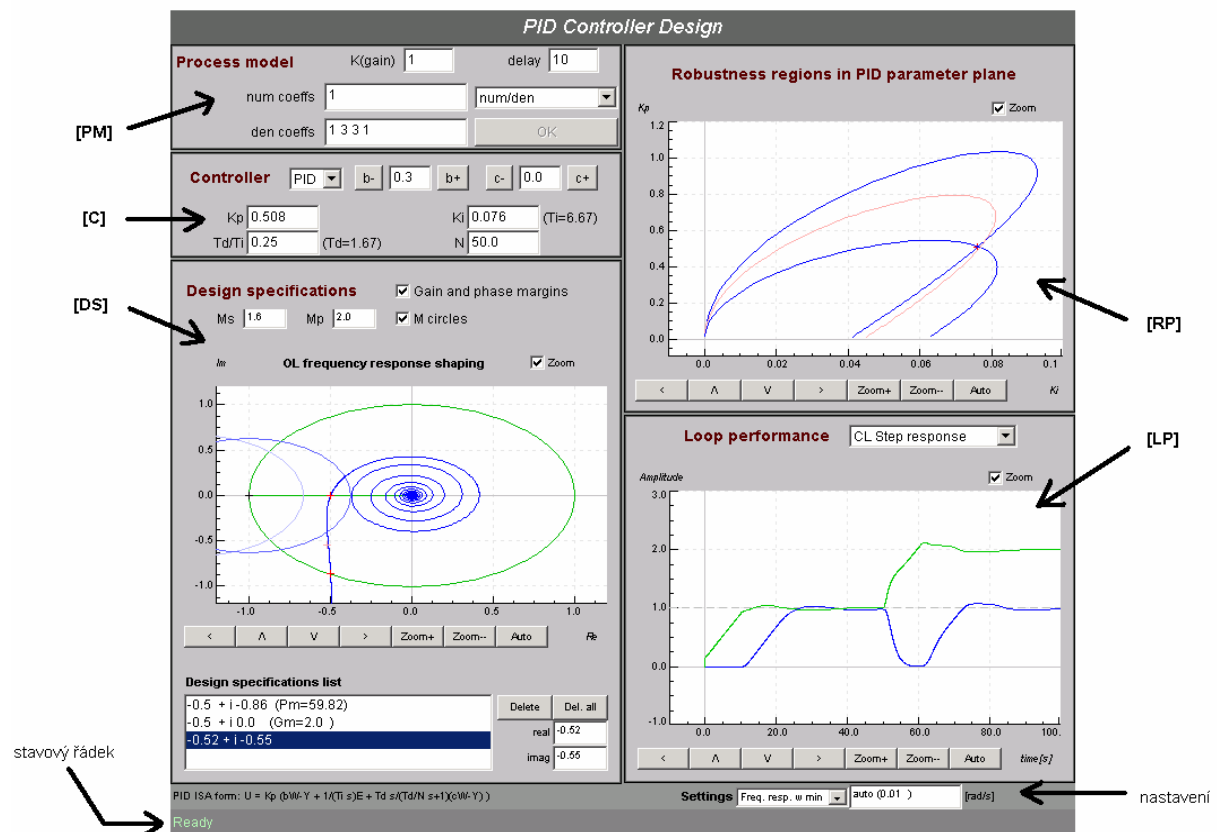
a poté ručně doladíme parametry b a c (doporučené hodnoty jsou $b \in \langle 0,1 \rangle$ a $c=0$). Vzhledem k tomu, že regulátor (9) má čtyři návrhové parametry a výše popsaná metoda dovoluje pouze návrh dvou parametrů v parametrické rovině, je nutné parametry k , T_i , T_d a N svázat vhodnými dodatečnými podmínkami. Naštěstí parametr N má jasný fyzikální význam. Hodnota $N \rightarrow \infty$ odpovídá ideální

(nerealizovatelné derivaci), zatímco $N \rightarrow 0$ vyřazuje derivační složku zcela z funkce. Rozumné je volit N v intervalu $\langle 1,10 \rangle$ podle velikosti šumu v regulované veličině. Dále poměr $f = T_d / T_i$ je velmi často (ve shodě s klasickou prací [4]) volen rovný $1/4$. Novější studie [3] potvrzuje vhodnost této volby přinejmenším pro řízené soustavy s monotónní přechodovou charakteristikou. Poznamenejme ještě, že volba $f=0$ vede na jednoduchý PI regulátor a $f > 1/4$ zvýrazňuje derivační složku. Při konstantních hodnotách N a f nám zbývá určit pouze dva parametry regulátoru k a $k_i = k / T_i$ podobně jako u PI regulátoru v předchozím oddílu. Výpočet hranic je sice v tomto případě komplikovanější, nicméně metoda návrhu tvarováním Nyquistovy křivky může být beze změn použita. V platnosti zůstává i pravidlo pro volbu optimálního bodu v přípustném regionu: optimální bod má maximální souřadnici k_i . Podrobnější popis metody lze nalézt v [5].

4. Uživatelský popis apletu

Nyní stručně popíšeme grafické prostředí Java Appletu pro návrh PID regulátoru, který je volně dostupný na adrese www.PIDlab.com.

Plocha appletu je rozdělena do pěti základních oken (obr. 3)



Obr. 3. Celkový pohled na applet

1) Process model (PM)

V tomto okně lze definovat nový model procesu (přenosovou funkci) jedním ze tří způsobů, které lze zvolit ve výběrovém poli vpravo uprostřed. Můžeme definovat koeficienty čitatele a jmenovatele přenosové funkce, časové konstanty nebo nuly a póly. Všechny tři způsoby lze doplnit volbou zesílení (gain) a dopravního zpoždění (delay). Po vyplnění všech potřebných polí potvrdíme nový model tlačítkem OK.

2) Controller (C)

Zde je možné ručně zadat všechny parametry obecného 2DOF PID regulátoru v ISA tvaru. Návrh regulátoru užitím appletu probíhá v následujících fázích

- 1) Zadání modelu.
- 2) Volba typu regulátoru a případně parametrů $f = T_d / T_i$ a N v okně C.

- 3) Zadání tvarovacích bodů v rovině Nyquistovy křivky $L(j\omega)$ v okně DS.
- 4) Kliknutím na zvolený bod přípustného regionu v okně RP (průnik všech regionů příslušných k zadaným tvarovacím podmínkám) získáme parametry regulátoru K_p a K_i (odpovídají našemu značení k a k_i) a též odvozené T_i a T_d .
- 5) Nakonec můžeme všechny parametry ručně doladit. Zejména vhodnou volbou parametrů b a c lze snížit překmit v uzavřené smyčce, což lze sledovat v okně LP.

3) Design specifications (DS)

V tomto okně lze definovat obecné požadavky na tvar frekvenční charakteristiky otevřeného systému pomocí tvarovacích bodů. Speciální volbou těchto bodů jednoduše specifikujeme například bezpečnost v zesílení a ve fázi nebo omezení na citlivostní a komplementární citlivostní funkci. Bod jednoduše přidáme kliknutím myši a ten je pak zanesen do seznamu Design specifications list. Po vybrání v tomto seznamu můžeme specifikace bodu ručně editovat. Bezpečnost ve fázi a v zesílení zadáme nejlépe po zaškrtnutí Gain and phase margins checkboxu volbou bodu na jednotkové kružnici resp. na záporné reálné poloose.

4) Robustness regions in PID parameter plane (RP)

Pro použití tohoto okna musíme zadat alespoň jeden bod v DS. V okně se postupně zobrazují příslušné regiony po kliknutí v DS. Každá křivka odpovídá jednomu bodu a pokud parametry zvolíme kliknutím právě na této křivce, bude frekv. charakteristika procházet příslušným bodem. Volbu či změnu parametrů K_p, K_i provedeme kliknutím v tomto okně.

5) Loop performance (LP)

V této části můžeme zvolit jeden ze čtyř grafů. Po zadání nového modelu je automaticky vykreslena přechodová charakteristika samotného systému. Ostatní grafy zatím nejsou dostupné, neboť závisí na konkrétním regulátoru. Po úplné specifikaci regulátoru se zobrazí přechodová charakteristika a odezva na jednotkovou vstupní poruchu uzavřené smyčky. Dále lze zvolit zobrazení citlivostní či komplementární citlivostní funkce. Mezi grafy je již možné libovolně přecházet.

Měřítko grafů

Je-li zaškrtnut zoom checkbox, lze rozsahy jednotlivých os měnit pomocí tlačítek pod grafem. Po stisknutí tlačítka auto jsou rozsahy nastaveny tak, aby se zobrazily celé všechny vykreslované elementy. Nejvhodněji můžeme „zoom“ provést vyznačením oblasti pomocí táhnutí myši.

Nastavení a stavový řádek

Ve spodní části appletu je panel Settings. Zde lze měnit simulační časy a frekvenční rozsahy pro výpočet frekvenční charakteristiky, citlivostní a komplementární citlivostní funkce. Rovněž lze zvolit periodu diskretizace modelu a regulátoru.

Užitečným pomocníkem může být stavový řádek, kde jsou průběžně zobrazovány informace o chybách či průběhu výpočtu a další drobné nápovědy.

5. Praktický příklad

Applet použijeme na návrh regulátoru cihlářského lisu. Model cihlářského lisu je ve tvaru

$$F(s) = \frac{e^{-100s}}{(40s+1)(10s+1)}$$

Návrh regulátoru probíhá v následujících fázích:

1) Zadání modelu procesu

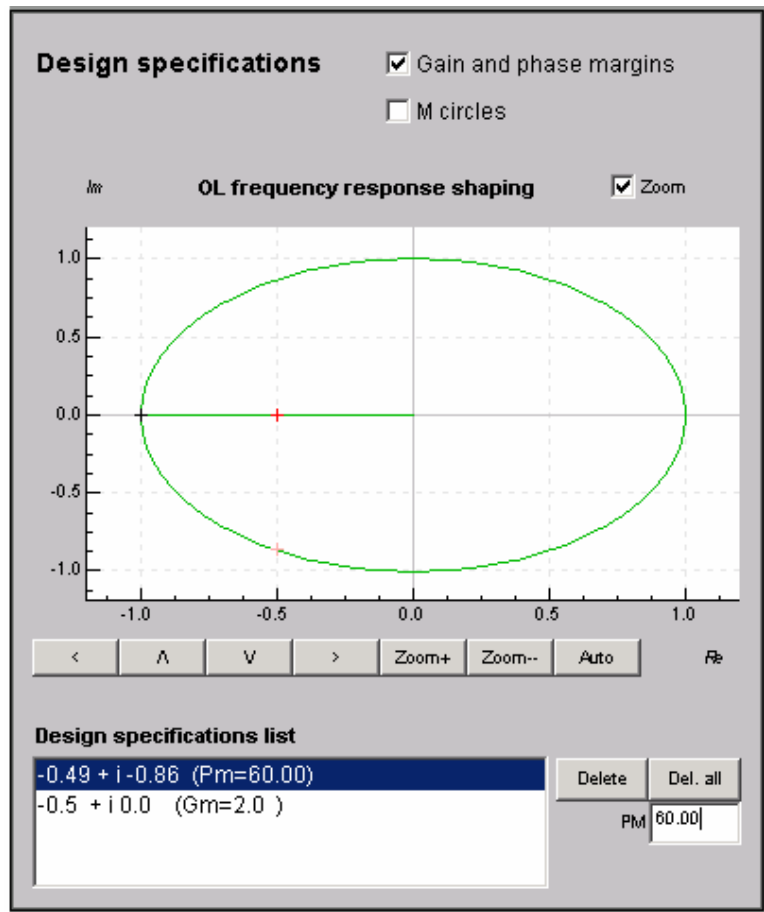
Nejprve zvolíme formu „Bode“ (časové konstanty). Specifikujeme dopravní zpoždění a časové konstanty jmenovatele. Volbu nového modelu potvrdíme tlačítkem OK.

Process model	K(gain) <input type="text" value="1"/>	delay <input type="text" value="100"/>
num time const.	<input type="text"/>	Bode <input type="text"/>
den time const.	<input type="text" value="40 10"/>	<input type="button" value="OK"/>

2) Zadání návrhových specifikací

Ponecháme typ regulátoru PID, filtr derivační složky N i hodnotu f . V okně DS zvolíme bezpečnost ve fázi $P_m=60$ a bezpečnost v zesílení $G_m=2$. Body určíme přibližně kliknutím myši a přesně je lze doladit po vybrání v seznamu.

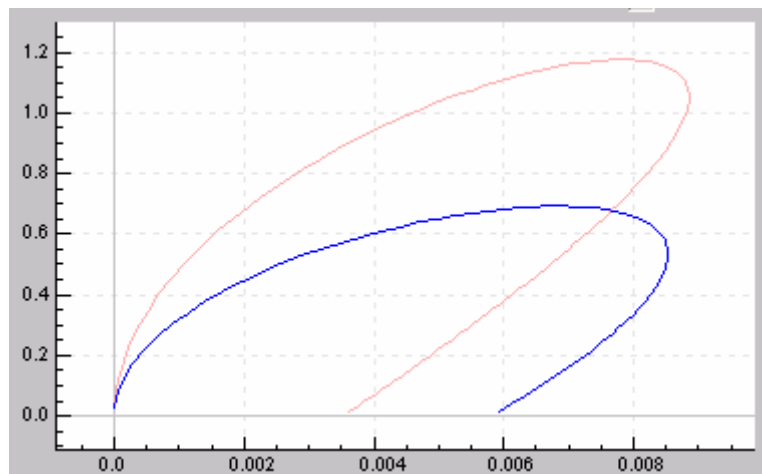
Pokud bychom chtěli sledovat i omezení citlivostní a komplementární citlivostní funkce, zaškrtneme M circles checkbox. Lze zvolit hodnoty M_s a M_p a volbou bodů na hranici příslušných kružnic dosáhnout požadovaného tvarování Nyquistovy křivky.



3) Zvolení parametrů K_p, K_i v parametrické rovině regulátoru

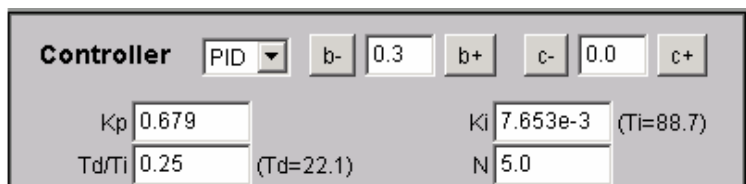
Po zadání návrhových specifikací se v okně RP objeví dva regiony, každý příslušný k jednomu bodu ze seznamu specifikací. Aktuální vybraný bod je opět zvýrazněn. Chceme-li splnit obě návrhové podmínky současně, zvolíme kliknutím parametry regulátoru na průsečíku hranic obou regionů.

Oblast průsečíku lze zvětšit myši, pro zobrazení celých oblastí použijeme tlačítko auto.

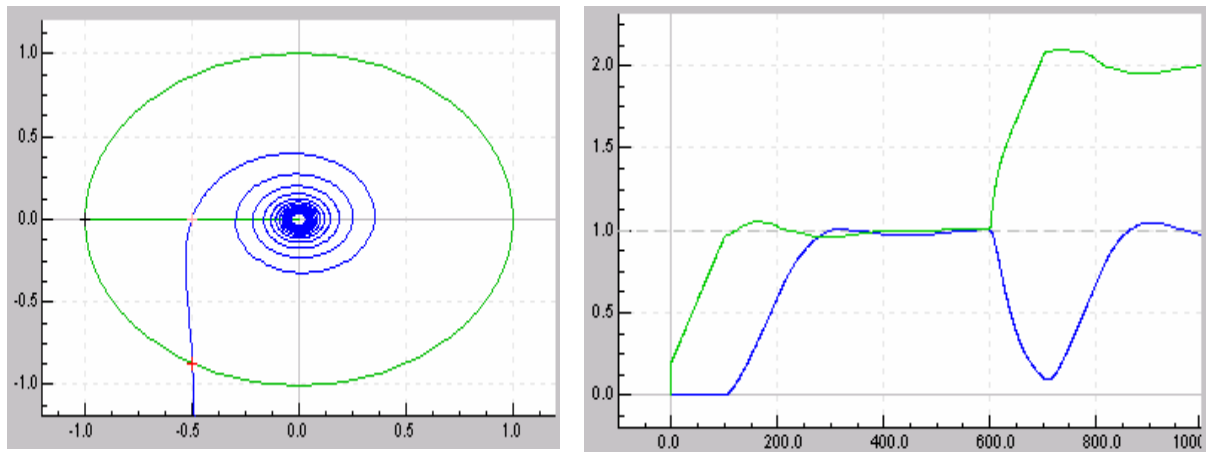


4) Ruční doladění parametrů regulátoru

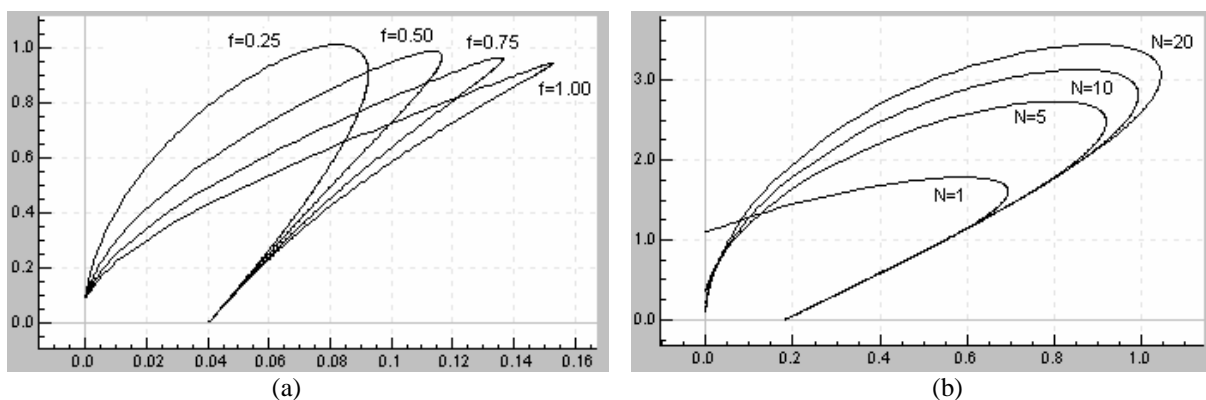
Po kliknutí v okně RP se nám zobrazí všechny potřebné parametry regulátoru. Hodnoty b a c jsou přednastaveny na $b = 1$, $c = 0$. Snižováním hodnoty b dosáhneme vhodný překmit u přechodové charakteristiky uzavřené smyčky. V našem případě je rozumná volba $b = 0.3$. Odezvu uzavřené smyčky průběžně vidíme v okně LP.



Na konec se můžeme přesvědčit, že frekvenční charakteristika otevřeného systému opravdu prochází požadovanými body a že uzavřená smyčka se chová velmi dobře. Vzhledem ke snížení parametru b je odezva téměř bez překmitu. V okně LP je modře vyznačena odezva systému a zeleně akční zásah regulátoru.



Na závěr se ještě podíváme, jak závisí tvar regionů na hodnotách f (obr.4a) a N (obr.4b). Povšimněme si, jak silně ovlivňuje tvar regionu a tedy i optimální parametry regulátoru hodnota N . Je tedy zřejmé, že většina metod uvažující ideální PID regulátor bude selhávat, neboť vliv filtru derivační složky je značný zejména pro systémy bez dopravního zpoždění.



Obr. 4. Závislost tvaru regionů na hodnotách f a N pro systém $1/(s+1)^3$ s dopravním zpožděním 10 (4a) resp. 0 (4b) a tvarovací bod X_2 ($BF = 60^\circ$).

6. Závěr

Cílem článku bylo představit nový nástroj (Java applet, www.PIDlab.com) pro návrh PID regulátoru založený na metodě tvarování Nyquistovy křivky. Tato metoda umožňuje navrhnout reálný PID regulátor se dvěma stupni volnosti pro v praxi běžně používané návrhové požadavky - bezpečnost v zesílení a ve fázi. Dovoluje však specifikovat i libovolně složité požadavky na tvar Nyquistovy křivky. Metoda je použitelná pro libovolný lineární systém (nestabilní, neminimálně fázový) s dopravním zpožděním. Nejlépe aplikovatelná je však pro stabilní nekmitavé nebo slabě kmitavé procesy, u kterých jsou požadavky na tvar Nyquistovy křivky dobře známé.

Literatura

- [1] SHAFEI, Z. - SHENTON, A.T.: Frequency domain Design of PID Controllers for Stable and Unstable Systems with Time Delay, *Automatica*, 33, 1997, č.12, s. 2223-2232.
- [2] NEIMARK, Y. I.: Structure of the D-partition of the space of polynomials and the diagram of Vishnegradskii and Nyquist, *Dokl Akad Nauk SSSR*, 59, 1948, s. 853.
- [3] ÅSTRÖM, K. J. - HÄGGLUND, T.: *PID controllers. Theory design and tuning*, NC: Instrument Society of America, Research Triangle Park, 1995.
- [4] ZIEGLER, J. G. - NICHOLS, N.B.: Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME*, 64, 1942, s. 759-768.
- [5] SCHLEGEL, M. - MERTL, J. - ČECH, M.: Generalized robustness regions for PID controllers. *Proceedings of Process Control Conference 2003, Štrbské Pleso, Slovak Republic*

Tato práce byla částečně podpořena Ministerstvem školství ČR – projekt č. MSM 2352 00004 a Grantovou agenturou ČR – projekt č. 102/02/0425.