

# Robustní PID autotuner: Momentová metoda

Miloš SCHLEGEL, Pavel BALDA, Milan ŠTĚTINA

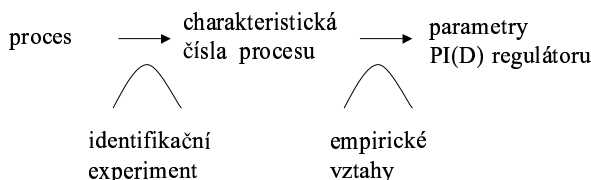
## Abstrakt

**Abstrakt:** V článku je zformulována nová nestandardní úloha robustního návrhu PID regulátoru pro množinový model procesu, který je definován jako množina všech lineárních systémů konzistentních s jistou apriorní informací a daty získanými v identifikačním experimentu. Dále je nalezeno řešení této úlohy užitím nově vyvinuté exaktní techniky extrémálních přenosů. Nalezené řešení je použito v novém robustním PID autotuneru, který zaručuje správnou funkci pro libovolný řízený systém s monotónní přechodovou charakteristikou.

**Klíčová slova:** robustní řízení, automatické nastavování, PID regulátor, PID autotuner, momentová metoda

## 1 Úvod

Výrobci moderních kompaktních regulátorů a programovatelných automatů se snaží zlepšit své produkty zařazováním nových inteligentních funkcí, které zjednodušují proces uvádění do provozu tak, že nejsou vyžadovány expertní znalosti. Velké úsilí je v tomto směru věnováno automatickému nastavování PID regulátorů. Zákazníci od něho žádají spolehlivé a rychlé naladění regulátoru bez přílišného ovlivnění normální činnosti řízeného procesu. Jejich všeobecná představa lze stručně vyjádřit heslem: „Připoj a reguluj.“ Zabudovaná funkce pro automatické seřízení (autotuner) by tedy měla být schopná seřídit regulátor rychle a kvalitně pro všechny typické průmyslové procesy a to bez speciálních apriorních informací. Zřejmě jde o velmi náročný požadavek, který lze jen obtížně stěsnat do jasné matematické formulace. To je důvod, proč většina výrobců regulátorů dává přednost empirii před teorií ([1], [5], [11], [10]). Empirický charakter má však kupodivu též většina akademických prací věnovaná tomuto tématu [1].

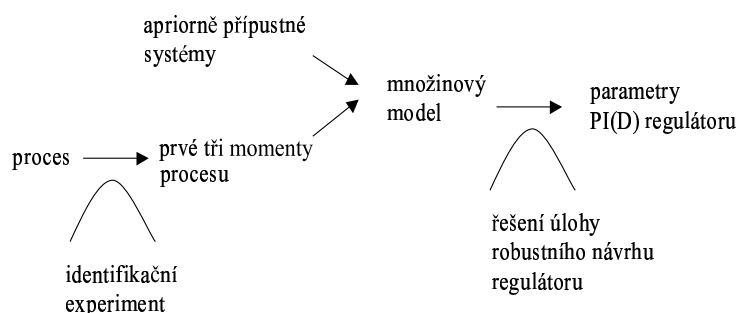


Obrázek 1: Obecné schéma „empirického“ autotuneru.

V převážné většině existujících autotunerů probíhá výpočet parametrů regulátoru podle schématu na obr. 1. V identifikačním experimentu je řízený proces vybuzen vhodným signálem a z jeho odezvy jsou získána charakteristická čísla procesu (nejčastěji parametry modelu 1. řádu s dopravním zpožděním nebo kritické hodnoty procesu). Užitím empirických vztahů poté získáme „optimální“ parametry regulátoru.

Poznamenejme, že empirický způsob návrhu regulátoru nám nic neříká o podmínkách, kdy obdržíme vyhovující kvalitu regulace a dokonce ani o tom, kdy je zaručena alespoň stabilita uzavřené smyčky. Z tohoto důvodu není příliš překvapivé, že stávající empirické průmyslové autotunery velmi často selhávají a to dokonce i v ideálních laboratorních podmínkách, kdy pracují s dokonalým lineárním modelem procesu, na který nepůsobí během identifikačního experimentu žádné poruchy. Zkušenosti z průmyslu jsou obvykle ještě mnohem horší.

V tomto článku je naznačen nový exaktní přístup k robustnímu návrhu průmyslových regulátorů, který odstraňuje známé nedostatky empirických metod a současně však zachovává jejich jednoduchost. Základem tohoto přístupu je tzv. množinový model procesu, který je definován jako množina přípustných přenosů, které vyhovují informacím dvojího druhu: *apriorní informaci* a informaci získané v identifikačním experimentu. Apriorní informace vyděluje z množiny všech lineárních systémů přesně definovanou a relativně úzkou množinu „rozumných“ systémů (přibližně systémy s monotónní přechodovou charakteristikou), pomocí nichž lze dostatečně přesně popsat téměř celý okruh reálných technologických procesů. Systémy z této třídy budeme nazývat apriorně *přípustnými systémy*. Odměření a zpracováním odezvy řízeného systému na vhodný obdélníkový puls získáme prvé tři momenty (ekvivalentně prvé tři členy Taylorovy řady) přenosové funkce řízeného procesu. Všechny apriorně přípustné přenosy konzistentní s naměřenými momenty tvoří množinu přípustných systémů neboli množinový model. Úloha robustního návrhu regulátoru spočívá nyní v nalezení takového regulátoru, který zajistí splnění stanovených požadavků pro libovolný systém patřící do množinového modelu a který současně minimalizuje jisté optimalizační kritérium. Celý tento postup určení parametrů regulátoru je znázorněn schématem na obr. 2.



Obrázek 2: Obecné schéma robustního momentového autotuneru.

Poznamenejme, že uvedený postup nikdy neselže za předpokladu, že řízený proces patří do třídy apriorně přípustných systémů. Dřívější práce [7], [8], [9] se zabývají podobným přístupem, je však v nich použit reálný experiment pro identifikaci procesu.

## 2 Formulace problému

Uvažujme regulační smyčku s PID regulátorem

$$G(s) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{N s + 1} \right), \quad (1)$$

kde  $K$  je proporcionální zesílení,  $T_i$  integrační a  $T_d$  derivační časová konstanta. Derivační složka je filtrována filtrem prvního řádu s časovou konstantou  $\frac{T_d}{N}$ , kde  $N$  je pevný parametr. Naším cílem je navrhnout volné parametry  $K > 0$ ,  $T_i > 0$ ,  $T_d > 0$  tak, že uzavřená smyčka splňuje stanovené návrhové požadavky pro všechny přenosy patřící do množinového modelu.

**Definice 1** (Množinový model) Přenos  $F(s)$  je přípustný, jestliže jsou splněny následující dvě podmínky:

(i) (Apriorně přípustné systémy) Přenos  $F(s)$  je ve tvaru

$$F(s) = \frac{1}{p(s)},$$

kde  $p(s)$  je libovolný polynom s nezápornými koeficienty stupně nejvýše  $n$ , jehož všechny kořeny jsou záporné reálné.

(ii) (Momentové podmínky) Přenos  $F(s)$  splňuje následující tři momentové podmínky

$$\frac{F^{(i)}(0)}{i!} = f_i, \quad i = 0, 1, 2,$$

kde  $f_0, f_1, f_2$  jsou daná reálná čísla (získaná v identifikačním experimentu) určující prvé tři členy Taylorovy řady přenosové funkce  $F(s)$  v bodě  $s = 0$ .

Množinu všech přípustných systémů budeme nazývat množinovým modelem procesu a budeme ji označovat symbolem  $\mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$ .

Podmínka (i) definice 1 vyjadřuje apriorní předpoklad, že proces lze s dostatečnou přesností popsat přenosem s reálnými stabilními póly a bez nul. Stupeň jmenovatele přenosu  $F(s)$  je navíc shora omezen daným přirozeným číslem  $n$ , jehož volba však může být libovolná. V mezním případě  $n \rightarrow \infty$  jsou tedy zahrnuty všechny přenosy ve tvaru

$$F(s) = \frac{K_0 e^{-Ds}}{p(s)},$$

kde  $D \geq 0$  a  $p(s)$  je libovolný polynom s reálnými stabilními kořeny.

Podmínka (i) definice 1 je zřejmě ekvivalentní s tvrzením, že přenos  $F(s)$  je ve tvaru

$$F(s) = \frac{K_0}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)}, \quad (2)$$

kde  $K_0 > 0$ ,  $\tau_i \geq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Rozložením  $F(s)$  ve tvaru (2) do Taylorovy řady obdržíme

$$F(s) = f_0 + f_1 s + f_2 s^2 + \dots,$$

kde

$$f_0 = K_0, \quad (3)$$

$$f_1 = -K_0 \sum_{i=1}^n \tau_i = -K_0 \mu, \quad (4)$$

$$f_2 = K_0 \sum_{l,k; l \leq k \leq n} \tau_l \tau_k = K_0 \frac{\sigma^2 + \mu^2}{2}. \quad (5)$$

V posledních vztazích je naznačeno, že čísla  $f_0, f_1, f_2$  lze nahradit jinými ekvivalentními charakteristickými čísly procesu  $K_0, \mu, \sigma$  definovanými následovně

$$K_0 = \int_0^\infty h(t) dt = m_0, \quad (6)$$

$$\mu = \frac{\int_0^\infty t h(t) dt}{\int_0^\infty h(t) dt} = \frac{m_1}{m_0}, \quad (7)$$

$$\sigma^2 = \frac{\int_0^\infty (t - \mu)^2 h(t) dt}{\int_0^\infty h(t) dt} = \frac{m_2}{m_0} - \frac{m_1^2}{m_0^2}, \quad (8)$$

kde

$$m_i = \int_0^{\infty} t^i h(t) dt, \quad i = 0, 1, 2 \quad (9)$$

jsou prvé tři momenty váhové funkce  $h(t)$  příslušné přenosu  $F(s)$ . Poznamenejme, že charakteristická čísla  $K_0, \mu, \sigma$  mají pro nezápornou váhovou funkci  $h(t)$  jasný fyzikální význam (po řadě statické zesílení, zpoždění, doba reakce), a navíc, jak uvidíme dále, je lze snadno získat z odezvy řízeného systému na obdélníkový puls.

Otázku, kdy je pro dané  $n$  a  $f_0, f_1, f_2$  množinový model  $\mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$  neprázdný, řeší následující lemma, které z důvodu stručnosti uvedeme bez důkazu.

**Lemma 1** *Množinový model  $\mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$  je neprázdný právě tehdy, jestliže platí*

$$\frac{n+1}{2n} \leq \frac{f_2 f_0}{f_1^2} \leq 1. \quad (10)$$

*Jestliže v (10) platí obě ostré nerovnosti, potom  $\mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$  obsahuje nekonečně mnoho přípustných přenosů.*

**Definice 2** (Úloha robustního návrhu regulátoru) *Předpokládejme, že je dáno pevné  $n \in \{2, 3, \dots, \infty\}$  a reálná čísla  $f_0, f_1, f_2$  splňují nerovnost (10). Nalezněte parametry regulátoru (1) tak, že*

$$I \triangleq \frac{T_i}{K} \rightarrow \min \quad (11)$$

*při splnění dvou následujících vedlejších podmínek pro libovolný přenos  $F(s) \in \mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$ :*

- (i) (Stabilita) *Nyquistova křivka  $L(j\omega) \triangleq G(j\omega)F(j\omega)$  splňuje podmínku stability uzavřené smyčky, tj. neobkličuje kritický bod  $-1$ .*
- (ii) (Bezpečnost ve stabilitě) *Nyquistova křivka  $L(j\omega) \triangleq G(j\omega)F(j\omega)$  leží vně kruhu se středem  $s = C$  a poloměrem  $R$ . Jinými slovy:*

$$\forall \omega \geq 0 : L(j\omega) \triangleq G(j\omega)F(j\omega) \notin U(C, R),$$

*kde  $U(C, R) \triangleq \{s \in \mathbb{C} : |s - C| < R\}$  je otevřený kruh v komplexní rovině.*

Poznamenejme, že optimalizační kritérium (11) je ekvivalentní minimalizaci integrálu odchylky při skokové poruše na vstupu řízeného systému.

Podmínka (ii) definice 2 může vyjadřovat různé požadavky. Požadujeme-li např. omezení citlivostní funkce

$$\sup_{\omega} \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| \leq M_s,$$

potom volíme

$$C = -1, \quad R = \frac{1}{M_s}. \quad (12)$$

Podobně pro omezení komplementární citlivostní funkce

$$\sup_{\omega} \left| \frac{L(j\omega)}{1 + L(j\omega)} \right| \leq M_p$$

volíme

$$C = \frac{M_p^2}{1 - M_p^2}, \quad R = \frac{M_p}{|M_p^2 - 1|}. \quad (13)$$

Detailní diskusi souvisejících otázek je možno nalézt v [3].

Pro řešení úlohy robustního návrhu regulátoru (definice 2) evidentně potřebujeme nějakou parametrizaci všech přípustných přenosů množinového modelu procesu. V následujícím oddílu je však ukázáno, že při řešení výše uvedené úlohy hrají aktivní roli pouze tzv. extrémální přenosy a že tedy pouze jejich parametrizace je nezbytná.

### 3 Parametrizace extrémálních přenosů

**Definice 3** (Obor hodnot množinového modelu) *Množinu*

$$\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega) \triangleq \{F(j\omega) : F(s) \in \mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)\}$$

*budeme nazývat oborem hodnot množinového modelu  $\mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$  pro frekvenci  $\omega$ .*

Obor hodnot množinového modelu  $\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$  lze interpretovat jako jakýsi zobecněný bod frekvenční charakteristiky pro frekvenci  $\omega$ , neboť obsahuje všechny body  $F(j\omega)$  příslušné všem přípustným přenosům  $F(s) \in \mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$ . V dalším ukážeme, že množina  $\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$  je pro konečné  $n$  ohraničena konečným počtem hladkých křivek. Hranici množiny  $\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$  budeme v dalším označovat symbolem  $\partial\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$ .

**Definice 4** (Extremální přenosy) *Přípustný přenos  $F(s) \in \mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$  se nazývá extrémální, jestliže existuje alespoň jedna frekvence  $\omega > 0$  taková, že  $F(j\omega) \in \partial\mathcal{F}^n(f_0, f_1, f_2; \omega)$ .*

Nyní uvažujme zpětnovazební obvod s přenosem otevřené smyčky  $L(j\omega) \triangleq G(j\omega)F(j\omega)$ , kde  $G(s)$  je pevný přenos regulátoru a  $F(s)$  probíhá množinový model  $\mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$ . Dále necht'  $P$  označuje vlastnost přenosu  $F(s)$ , že obě vedlejší podmínky (i) a (ii) z definice 2 jsou splněny. Za těchto předpokladů platí následující lemma.

**Lemma 2** *Necht'  $L(0) \notin U(C, R)$  pro libovolné  $F(s) \in \mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$ , potom je vlastnost  $P$  splněna pro všechny přípustné přenosy  $F(s) \in \mathcal{S}^n(f_0, f_1, f_2)$  právě tehdy, jestliže je  $P$  splněna pro všechny extrémální přenosy.*

Důkaz viz [8].

Z lemmatu 2 vyplývá, že extrémální přenosy tvoří vhodnou „testovací množinu systémů.“ Její užití při řešení úlohy robustního návrhu regulátoru podstatným způsobem redukuje výpočetní složitost. Pro uskutečnění tohoto záměru však nutně potřebujeme nějakou efektivní parametrizaci všech extrémálních přenosů. Bez ztráty obecnosti se pro tento účel můžeme omezit na případ  $f_0 = 1$ ,  $f_1 = -1$ , který odpovídá obecnému případu po normalizaci v zesílení a v čase (viz vztahy (3-5)). Podle lemmatu 1 je množinový model  $\mathcal{S}^n(1, -1, f_2)$  neprázdný právě tehdy, jestliže

$$\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \leq f_2 \leq 1 \quad (14)$$

Položíme-li  $f_2 = \frac{1}{2}(1 + \sigma^2)$ , potom je nerovnost (14) splněna právě tehdy, jestliže  $\sigma^2 \in \langle \frac{1}{n}, 1 \rangle$ .

**Věta 1** (Parametrizace všech extrémálních přenosů) *Necht'  $k$  je největší celé číslo menší nebo rovno číslu  $\frac{1}{\sigma^2} + 1$ , potom přenos  $F(s)$  je extrémální přenos množinového modelu  $\mathcal{S}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$ ,  $n \geq 3$ , právě tehdy, jestliže může být vyjádřen ve tvaru*

$$F(s) = \frac{1}{(\tau_\nu(\alpha)s + 1)^{n_1} (\vartheta_\nu(\alpha)s + 1)^{n_2} (\zeta_\nu(\alpha)s + 1)^{n_3}}, \quad (15)$$

kde  $\nu = (n_1, n_2, n_3)$  je uspořádaná trojice přirozených čísel (multiindex) probíhající dále definovaný seznam záviselý na hodnotě  $k$ :

(i) Pro  $k = 2$  je seznam multiindexů následující:

$$(1, 1, 1), (1, 2, 1), \dots, (1, n - 2, 1), \quad (a)$$

$$(n - 2, 1, 1). \quad (b)$$

(ii) Pro  $k \in \{3, 4, \dots, n-1\}$  je seznam multiindexů následující:

$$(1, k-1, 1), (1, k, 1), \dots, (1, n-2, 1), \quad (\text{a})$$

$$(n-2, 1, 1), (n-3, 1, 2), \dots, (n-k+1, 1, k-2), \quad (\text{b})$$

$$(n-k, 1, k-1), \quad (\text{c})$$

$$(1, k-2, 1). \quad (\text{d})$$

(iii) Pro  $k = n$  je seznam multiindexů následující:

$$(n-2, 1, 1), (n-3, 1, 2), \dots, (1, 1, n-2), \quad (\text{b})$$

$$(1, n-2, 1). \quad (\text{d})$$

Dále parametry  $\tau_\nu(\alpha)$ ,  $\vartheta_\nu(\alpha)$  a  $\zeta_\nu(\alpha)$  jsou dány vztahy

$$\tau_\nu(\alpha) = \alpha,$$

$$\vartheta_\nu(\alpha) = \frac{1 - n_1\alpha}{n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3}\sqrt{\sigma^2(n_2 + n_3) - (1 - n_1\alpha)^2 - n_1(n_2 + n_3)\alpha^2}}{\sqrt{n_2}(n_2 + n_3)},$$

$$\zeta_\nu(\alpha) = \frac{1 - n_1\alpha}{n_2 + n_3} + \frac{\sqrt{n_2}\sqrt{\sigma^2(n_2 + n_3) - (1 - n_1\alpha)^2 - n_1(n_2 + n_3)\alpha^2}}{\sqrt{n_3}(n_2 + n_3)},$$

kde  $\alpha$  probíhá interval  $I_\nu \triangleq \langle a_\nu, b_\nu \rangle$ , jehož krajní body závisí na multiindexu  $\nu$ . Je-li  $\nu$  obsažen v řádce (a) příslušného seznamu multiindexů, potom

$$a_\nu = 0,$$

$$b_\nu = \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3}\sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_2 + n_3}(n_1 + n_2 + n_3)}.$$

Podobně je-li  $\nu$  obsažen v řádce (b) nebo (d), potom

$$a_\nu = \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_2 + n_3}\sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_1}(n_1 + n_2 + n_3)},$$

$$b_\nu = \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3}\sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_1 + n_2}(n_1 + n_2 + n_3)}.$$

Konečně je-li  $\nu$  obsažen v řádce (c), potom

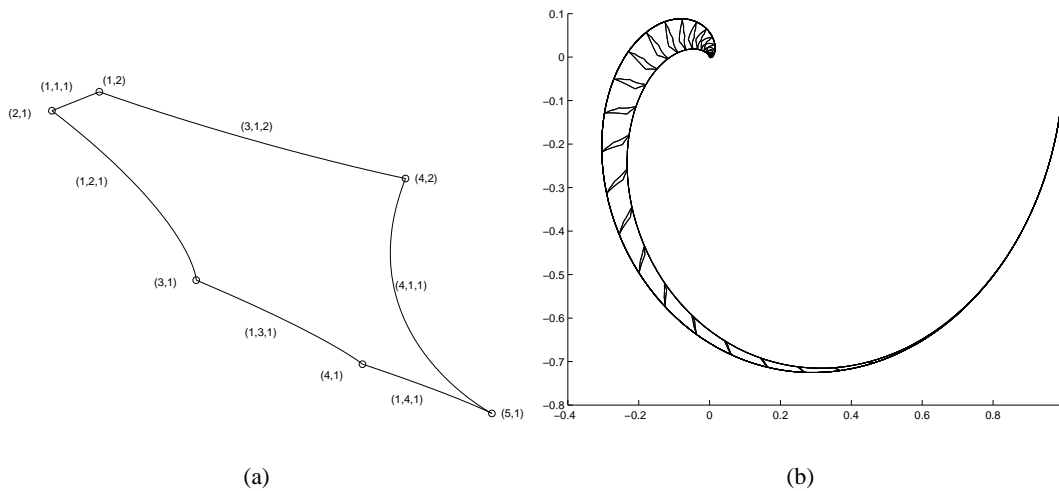
$$a_\nu = 0,$$

$$b_\nu = \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3}\sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_1 + n_2}(n_1 + n_2 + n_3)}.$$

Důkaz je z důvodu stručnosti vypuštěn.

Věta 1 obsahuje hlavní teoretický výsledek tohoto článku. Její význam pro řešení návrhové úlohy (viz definice 2) spočívá v tom, že obsahuje efektivní algoritmus pro výpočet všech extrémálních přenosů, tj. těch přípustných přenosů, které mohou hrát aktivní roli ve vedlejších podmínkách optimalizační návrhové úlohy (lemma 2). Poněvadž extrémální přenosy podle definice 4 odpovídají krajním bodům oboru hodnot  $\mathcal{F}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); \omega)$ ,  $\omega > 0$ , je vhodné podrobně vyšetřit vlastnosti  $\partial\mathcal{F}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); \omega)$ . Z důvodu stručnosti se zde omezíme pouze na ilustrační příklad, ze kterého lze nahlédnout obecný případ.

**Příklad 1** (Hranice oboru hodnot) Necht'  $n = 6$ ,  $\sigma = 0,6$ ,  $\omega = 2$ . Hranice  $\partial\mathcal{F}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); \omega)$  je zobrazena na obr. 3a. Je to uzavřená křivka, složená ze šesti hladkých oblouků, z nichž každý přísluší jednomu multiindexu  $\nu = (n_1, n_2, n_3)$  ze seznamu z věty 1 pro případ  $k = 3$ . Zobecněný bod frekvenční charakteristiky množinového modelu  $\mathcal{S}^6(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$  je tedy křivouhelník se šesti vrcholy. Extrémální přenosy příslušné těmto vrcholům jsou zřejmě pro řešení naší optimalizační úlohy nejdůležitější, neboť dotyk mezi křivouhelníkem a omezující kružnicí (viz definice 2) velmi pravděpodobně nastane právě v jednom nebo ve dvou vrcholech křivouhelníka. Na obr. 3b je zobrazen obor hodnot  $\mathcal{F}^6(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); \omega)$  pro různé frekvence  $\omega$ .



Obrázek 3: (a) Hranice  $\partial \mathcal{F}^6(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2); 2)$  pro  $\sigma = 0,6$ . (b) Zobecněné body frekvenční charakteristik množinového modelu  $\mathcal{S}^6(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$ ,  $\sigma = 0,6$ , s vnitřní a vnější obálkou.

## 4 Numerické řešení úlohy robustního návrhu PID regulátoru

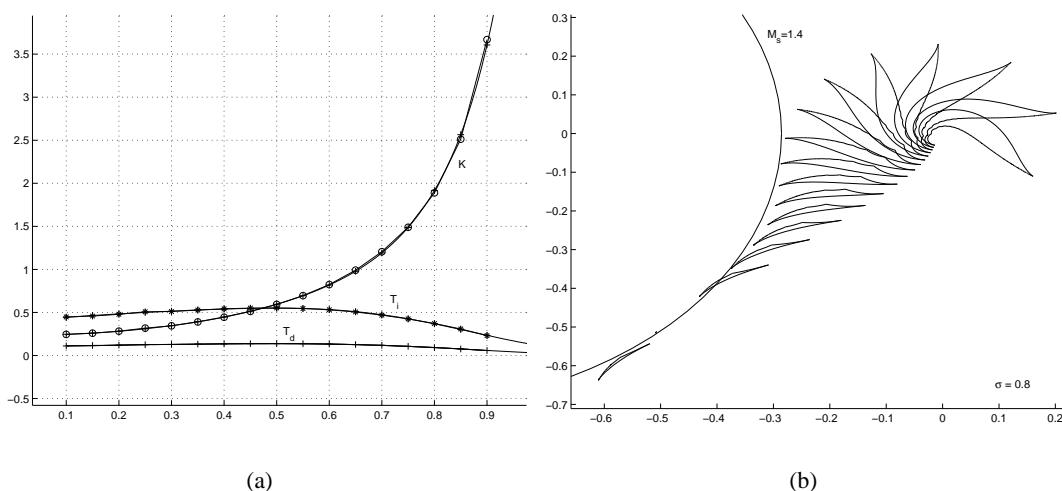
V tomto oddílu stručně popíšeme výsledky numerického řešení úlohy robustního návrhu PID regulátoru zformulované v definici 2. Použitá metoda řešení je založena na univerzální optimalizační proceduře (nekonvexní optimalizace s omezením) a na tvrzeních lemmatu 2 a věty 1. Díky tomu lze úlohu efektivně řešit pro libovolné konečné  $n$  a dokonce i pro případ  $n = \infty$ , kterým se budeme dále zabývat. Bez ztráty obecnosti je uvažován množinový model procesu  $\mathcal{S}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$ , kde  $\sigma^2 \in \langle \frac{1}{n}, 1 \rangle$ . Dále se předpokládá, že parametry PID regulátoru (1) splňují omezení  $\frac{T_i}{T_d} = 4$ ,  $N = 10$  a že kruh  $U(C, R)$  omezující tvar Nyquistových křivek (viz definice 2) je určen vztahem (12), kde  $M_s = 1,4$ . Výsledné optimální parametry pro danou hodnotu  $\sigma \in \langle \sqrt{1/n}, 1 \rangle$  jsou aproximovány funkcí ve tvaru

$$f(\sigma) = a_0 e^{a_1 \sigma + a_2 \sigma^2 + a_3 \sigma^3 + a_4 \sigma^4},$$

kde koeficienty  $a_0, a_1, \dots, a_4$  pro aproximaci zesílení  $K$  a integrační časové konstanty  $T_i$  jsou uvedeny v tab. 1. Pro derivační časovou konstantu, vzhledem k uvažovanému omezení, platí vztah  $T_d = \frac{T_i}{4}$ . Grafická závislost optimálních parametrů regulátoru na parametru  $\sigma$  je zobrazena na obr. 4a. Na obr. 4b je pro ilustraci splnění vedlejší podmínky návrhové úlohy zobrazeno několik zobecněných bodů Nyquistovy křivky odpovídající optimálnímu regulátoru.

Tabulka 1: Hodnoty parametrů  $a_0, a_1, \dots, a_4$  pro aproximaci parametrů regulátoru.

|       | $K$      | $T_i$   |
|-------|----------|---------|
| $a_0$ | 0,24516  | 0,39194 |
| $a_1$ | -0,80519 | 1,5168  |
| $a_2$ | 9,8104   | -3,3509 |
| $a_3$ | -13,164  | 6,0921  |
| $a_4$ | 7,7177   | -5,4964 |



Obrázek 4: (a) Optimální parametry PID regulátoru pro množinový model  $\mathcal{S}^n(1, -1, \frac{1}{2}(1 + \sigma^2))$ ,  $n = \infty$ ,  $M_s = 1,4$ ,  $\frac{T_i}{T_d} = 4$  a  $N = 10$ . (b) Zobecněné body Nyquistovy křivky pro  $\sigma = 0,8$  a kružnici  $M_s = 1,4$ .

## 5 Robustní PID autotuner

V tomto oddílu stručně naznačíme, jak lze výše uvedené výsledky použít pro automatické nastavení PID regulátoru. Nejprve objasníme způsob, jak získat v identifikačním experimentu potřebná charakteristická čísla  $K_0$ ,  $\mu$  a  $\sigma$  řízeného procesu. Ze vztahů (6-9) vyplývá, že lze určit integrováním odezvy systému na Diracův puls (integrováním váhové funkce). Pro reálný identifikační experiment však musíme ze zřejmých důvodů hledat jiné řešení. Pro tento účel je užitečné následující lemma, ve kterém jsou pojmy zpoždění  $\mu$  a doba reakce  $\sigma$  systému definované po řadě vztahy (7) a (8).

**Lemma 3** *Nechť systém s přenosem  $F_i(s)$  má zpoždění  $\mu_i$  a dobu reakce  $\sigma_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , potom systém s přenosem*

$$F(s) = F_1(s)F_2(s) \cdot \dots \cdot F_m(s)$$

*má zpoždění*

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_m$$

*a pro jeho dobu reakce platí*

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_m^2.$$

Důkaz viz [4].

Uvažujme nyní sériové spojení  $H(s)$  přenosu

$$T(s) = \frac{1}{s} (1 - e^{-Ds})$$

a řízeného systému s přenosem  $F(s)$ . Přivedeme-li na vstup prvního bloku (s přenosem  $T(s)$ ) Diracův puls, bude na jeho výstupu a tedy i na vstupu řízeného systému obdélníkový signál s jednotkovou amplitudou a délkou  $D$ . Užitím vztahů (6-9) nyní můžeme určit charakteristická čísla  $K_{0H}$ ,  $\mu_H$  a  $\sigma_H$  hypotetického sériového spojení s přenosem  $H(s)$  z naměřené odezvy řízeného systému na příslušný obdélníkový signál. Pro charakteristická čísla  $K_0$ ,  $\mu$  a  $\sigma$  řízeného systému z lemmatu 3 plyne

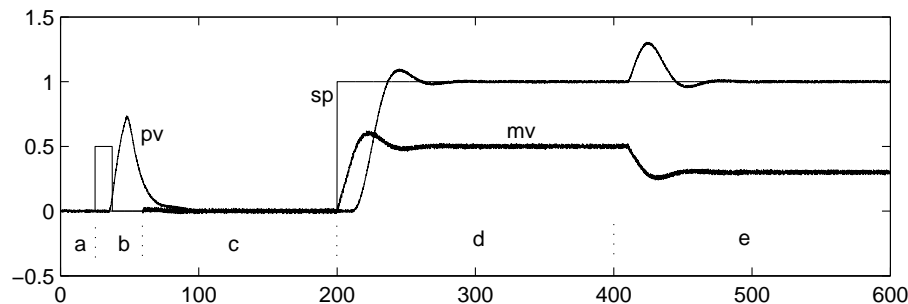
$$K_0 = \frac{K_{0H}}{D}$$

$$\mu = \mu_H - \frac{D}{2}$$

$$\sigma^2 = \sigma_H^2 - \frac{D^2}{12}$$

Z těchto čísel a užitím tab. 1 můžeme již určit optimální parametry robustního PID regulátoru. Na obr. 5 je ukázka použití navrženého autotuneru na systém s přenosem

$$F(s) = \frac{e^{-10s}}{(2s+1)(8s+1)}.$$



Obrázek 5: Ukázka použití autotuneru na statický systém druhého řádu s dopravním zpožděním. Signály: pv - regulovaná veličina, sp - požadovaná hodnota, mv - výstup regulátoru. Fáze autotuneru: a - odhad driftu a šumu regulované veličiny, b - identifikační experiment, c - činnost regulátoru s novými parametry v automatickém režimu, d - odezva na skok v požadované hodnotě, e - odezva na skok v poruše na vstupu řízeného systému.

## 6 Závěr

Článek popisuje novou nestandardní formulaci úlohy robustního návrhu regulátoru, která se snaží přiblížit typickým reálným požadavkům průmyslu. Řešením navržené úlohy je získán základ pro PID-autotuner, který má jasně vymezený obor aplikovatelnosti, v jehož rámci nikdy neselhává. Lze použít pro seřízení PI nebo PID regulátoru statického či astatického procesu, který je libovolně složitý (má libovolný řád) a obsahuje libovolně velké dopravní zpoždění. Jediný apriorní předpoklad (kromě linearity), který by měl řízený proces splňovat, je podmínka monotónnosti jeho přechodové charakteristiky. Tento předpoklad je však splněn pro převážnou většinu průmyslových procesů. Ve srovnání s dříve vyvinutým reléovým autotunerem [8], [9] má výhodu v tom, že jeho identifikační experiment je podstatně kratší. Na druhé straně však vyžaduje příznivější poměr užitečného signálu k šumům a poruchám.

## Reference

- [1] ASTRÖM, K.J., HÄGGLUND, T.: *PID Controllers: Theory Design and Tuning*. NC: Instrument Society of America, Research Triangle Park, 1995.
- [2] ASTRÖM, K.J., HÄGGLUND, T.: The Future of PID Control. *Control Engineering Practice*, 2001, 9, 1163-1175.
- [3] ASTRÖM, K.J., PANAGOPOULOS, H., HÄGGLUND, T.: Design of PI Controllers Based on Non-Convex Optimization. *Automatica*, 1998, 34, 5, 585-601.
- [4] BROWN, W.M.: *Analysis of Linear Time-Invariant Systems*. NY: McGraw-Hill Book Company, 1966.

- [5] LEVA, A.: Model-based Tuning: the very basic and some useful Techniques. *Journal A*, 2001, 42, 3, 14-22.
- [6] ROTAČ, V.: *Avtomatizacija nastrojki sistem upravljenja*. Moskva: Energoatomizdat, 1984.
- [7] SCHLEGEL, M.: Nová metoda pro návrh PI(D) regulátoru – teorie pro praxi. *Automatizace*, 1998, 41, 2, 70-78.
- [8] SCHLEGEL, M.: *Nový přístup k robustnímu návrhu průmyslových regulátorů*. Plzeň: ZČU v Plzni, 2000. Habilitační práce.
- [9] SCHLEGEL, M.: Exact Revision of the Ziegler-Nichols Frequency Response Method. In.: *Proceeding of IASTED International Conference on Control and Application*, Cancun, Mexico, May 2002.
- [10] SIEMENS: *PID Self-Tuner*. Siemens AG, 1997. User manual.
- [11] ZIEGLER, J.G., NICHOLS, N.B.: Optimum Settings for Automatic Controllers. *Trans. ASME*, 1942, 64, 759-768.

Tato práce byla částečně podpořena Ministerstvem školství ČR – projekt č. MSM 2352 00004 a Grantovou agenturou ČR – projekt č. 102/02/0425.